

Matematik

Matematik (Tulisan Jawi: ماتماټيک) atau dahulunya dikenali sebagai **ilmu hisab**, ialah satu bidang ilmu yang mengkaji kuantiti, struktur, ruang dan perubahan. Ahli matematik mencari pola^{[1][2]}, memformulasikan konjektur yang baru, dan menghasilkan fakta dengan deduksi rapi dari aksiom dan definisi yang dipilih dengan baik^[3].

Terdapat percanggahan pendapat sama ada objek matematik seperti nombor wujud secara semula jadi, ataupun hasil ciptaan manusia. Ahli matematik Benjamin Peirce menggelar matematik sebagai "sains yang memberi kesimpulan yang sewajarnya"^[4]. Albert Einstein sebaliknya menyatakan "selagi hukum matematik itu merujuk kepada realiti, maka ia tidak pasti, dan selagi ia pasti, ia tidak merujuk kepada realiti"^[5].

Dengan penggunaan pengabstrakan dan penaakulan logik, matematik berevolusi dari pembilangan, pengiraan, pengukuran, dan kajian sistematik terhadap bentuk dan pergerakan objek fizikal. Matematik gunaan telah wujud dalam aktiviti seharian manusia sejak kewujudan rekod bertulis. Hujah yang rapi mula wujud dalam Matematik Yunani, antara yang terkenal ialah karya Euclid, *Elemen*. Matematik kemudiannya terus berkembang, contohnya di China pada kurun ke-3 sebelum masihi, di India pada kurun pertama masihi dan di dunia Islam pada kurun ke-8 masihi, sehingga kemunculan Zaman Pembaharuan, apabila penciptaan matematik berinteraksi dengan penemuan saintifik yang baru, membawa kepada peningkatan yang sangat besar dalam penemuan matematik yang kekal berterusan sehingga hari ini^[6].

Matematik digunakan di seluruh dunia sebagai alat penting dalam pelbagai bidang, termasuklah sains semula jadi, kejuruteraan, perubatan dan sains sosial. Matematik gunaan, satu cabang matematik yang mengkaji aplikasi ilmu matematik ke dalam bidang lain, memberi inspirasi dan memanfaatkan penemuan matematik yang baru dan kadang-kala menjadi pencetus kepada pembangunan disiplin matematik yang baru sepenuhnya seperti statistik dan teori permainan. Ahli matematik juga terlibat dalam matematik tulen, satu cabang matematik yang khusus untuk bidangnya sahaja, tanpa aplikasi ke dalam bidang yang lain, walaupun aplikasi yang praktikal untuk apa yang bermula sebagai matematik tulen sering ditemui^[7].



Euclid, Ahli matematik Yunani tersohor pada abad ke-3 SM, seperti yang digambarkan oleh Raphael di dalam karyanya, *Sekolah Athens*.

Isi kandungan

Etimologi

Sejarah

Ilham, Matematik tulen dan gunaan, dan estetik

Tatatanda, bahasa, dan ketelitian

Matematik sebagai Sains

Bidang-bidang matematik

Kuantiti

Ruang

Perubahan

Struktur

Dasar dan falsafah

Matematik diskret

Matematik gunaan

Lihat juga

Nota

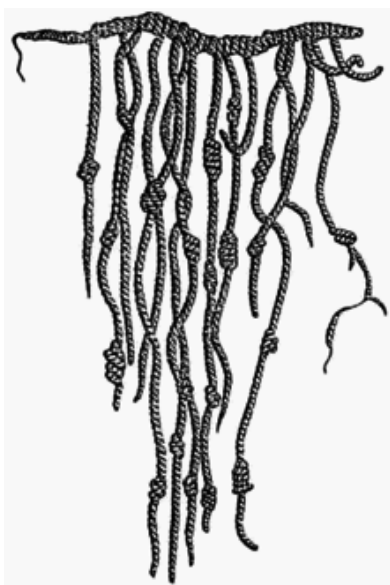
Etimologi

Perkataan "matematik" dipinjam daripada perkataan bahasa inggeris iaitu "mathematics" sebenarnya berasal dari Yunani μάθημα (*máthēma*), yang bermaksud *mempelajari, menimba, sains*, dan ia didatangi untuk menjurus kepada makna yang lebih sempit dan lebih teknikal bermaksud "bidang matematik", walaupun dalam zaman klasik. Kata adjektifnya adalah μαθηματικός (*mathēmatikós*), *berhubung dengan pembelajaran*, atau *dipelajari*, yang maksudnya lebih bermaksud *mathematikal*. Dalam perkara tertentu, μαθηματικὴ τέχνη (*mathēmatikḗ tékhnē*), dalam bahasa Latin *ars mathematica*, bermaksud *seni matematik*.

Bentuk jamak yang jelas dalam bahasa Inggeris, seperti juga bahasa Perancis bentuk jamak *les mathématiques* (dan bentuk ambilan singular yang kurang digunakan *la mathématique*), berpatah balik kepada kata jamak neuter Latin *mathematica* (Cicero), berdasarkan kepada perkataan jamak Yunani τα μαθηματικά (*ta mathēmatiká*), yang telah digunakan oleh Aristotle, dan ia bermaksud secara kasar sebagai "semua benda adalah matematik".^[8] Dalam bahasa Inggeris, bagaimanapun, kata noun *mathematics* mengambil bentuk perkataan singular. Ia biasa dipendekkan kepada *math* dalam kawasan Amerika Utara yang berbahasa Inggeris dan *maths* di tempat lain.

Sejarah

Rencana utama: Sejarah Matematik



Sebuah quipu, yang digunakan oleh Inca untuk merekodkan nombor.

Proses evolusi matematik boleh dilihat sebagai satu penambahan berterusan siri-siri pengabstrakan, atau satu pengembangan isi. Pengabstrakan pertama yang dikongsi oleh banyak haiwan,^[9] berkemungkinan adalah nombor; contohnya kesedaran yang dua epal dan dua oren mempunyai satu persamaan.

Selain pengetahuan membilang objek *fizikal*, manusia prasejarah juga mengetahui bagaimana untuk membilang kuantiti *abstrak* seperti masa - hari, musim, tahun.^[10] dan diikuti dengan kebolehan aritmetik permulaan seperti (penambahan, penolakan, pendaraban dan pembahagian).

Angka direkodkan dalam pelbagai sistem seperti kayu pengira ataupun untai bersimpul yang dikenali sebagai quipu yang digunakan oleh orang Inca. Terdapat banyak jenis sistem angka terawal, dan angka bertulis pertama yang diketahui, dicatatkan oleh orang Mesir purba. Tamadun Lembah Indus telah membangunkan sistem perpuluhan moden yang pertama, termasuk konsep kosong.

Matematik pada mulanya digunakan dalam perdagangan, pengukuran tanah, corak tenunan dan lukisan dan untuk merekodkan masa. Ilmu ini menjadi semakin maju selepas 3000SM apabila orang Babylon dan Mesir Purba mula menggunakan aritmetik,

algebra asas dan geometri untuk cukai dan lain-lain pengiraan kewangan, pembinaan dan astronomi.^[11] Pengkajian matematik secara sistematik telah dimulakan oleh orang Yunani Purba antara tahun 600 dan 300SM.

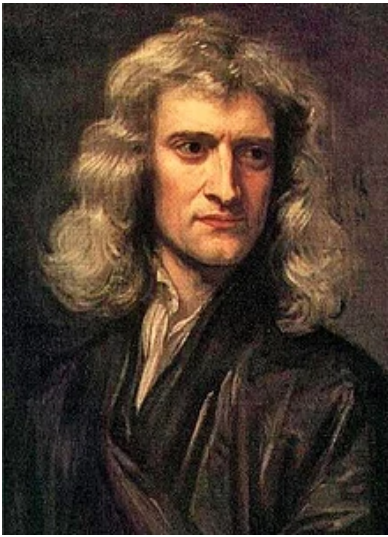
Semenjak itu, ilmu matematik berkembang dengan pesat dan terdapat juga interaksi yang bermanfaat antara matematik dan sains yang memberikan faedah kepada keduanya. Penemuan-penemuan terbaru dalam matematik berlaku sepanjang sejarah manusia dan proses in berterusan sehingga hari ini. Menurut Mikhail B. Sevryuk, dalam Bulletin of the American Mathematical Society isu Januari 2006, "'Jumlah kertas kerja dan buku yang ada dalam pangkalan data Mathematical Reviews sejak 1940 (tahun pertama operasi MR) adalah melebihi 1.9 juta, dan lebih 75 ribu item ditambah ke dalam pangkalan data setiap tahun. Majoriti besar hasil kerja dalam pangkalan data ini mengandungi teorem matematik yang baru dan bukti-buktinya."^[12]

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19

Angka Maya

Ilham, Matematik tulen dan gunaan, dan estetik

Rencana utama: Keindahan Matematik



Sir Isaac Newton (1643-1727),
pencipta kalkulus infinitesimal.

Matematik muncul daripada pelbagai jenis masalah yang melibatkan pengiraan. Pada mulanya masalah ini ditemui dalam perdagangan, pengukuran tanah dan kemudiannya astronomi; hari ini, semua jenis sains menghadapi masalah yang dikaji oleh para ahli matematik, dan banyak juga masalah yang muncul dalam ilmu matematik itu sendiri. Contohnya, ahli fizik Richard Feynman telah mencipta formulasi integral laluan mekanik kuantum menggunakan kombinasi penaakulan matematik dan pemahaman fizikal, dan teori rentetan, satu teori saintifik yang masih dalam pembangunan yang cuba untuk menggabungkan kuasa semula jadi yang asas, terus memberi ilham kepada matematik yang baru.^[13] Ada matematik yang cuma relevan dalam bidang yang ia diilhamkan, dan digunakan untuk menyelesaikan masalah lanjutan dalam bidang tersebut. Tetapi sering kali matematik juga berguna dalam bidang selain dari yang ia diilhamkan, dan menggabungkan stok umum konsep-konsep matematik yang lain.

Perbezaan sering dibuat antara matematik tulen dan matematik gunaan tetapi terdapat juga topik-topik matematik tulen yang mempunyai penggunaan contohnya teori nombor dalam kriptografi. Fakta yang menakjubkan bahawa matematik "paling tulen" juga sering mempunyai kegunaan praktikal adalah apa yang dipanggil Eugene Wigner sebagai "Keberkesanan Matematik yang tidak munasabah dalam sains tabii".^[14]

Seperti yang terjadi kepada kebanyakan bidang pengajian yang lain, perkembangan ilmu pengetahuan dalam zaman saintifik telah membawa kepada pengkhususan dalam Matematik; hari ini terdapat ratusan bidang pengkhususan dalam matematik dan Mathematics Subject Classification yang terbaru telah mencecah 46 muka surat.^[15] Beberapa bidang matematik gunaan telah bergabung dengan tradisi berkaitan di luar bidang matematik dan telah menjadi satu disiplin yang tersendiri, antaranya statistik, kajian operasi dan sains komputer.

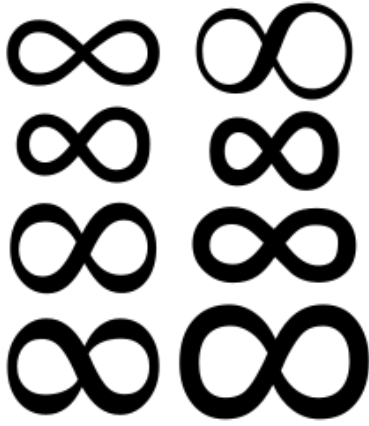
Kepada mereka yang cenderung dalam matematik, akan sentiasa terdapat bagi mereka aspek estetika dalam matematik. Ramai ahli matematik membicarakan tentang "keanggunan" matematik, estetika intrinsiknya dan kecantikan dalamannya. Terdapat kecantikan dalam bukti matematik yang ringkas dan anggun. Contohnya, pembuktian Euclid terhadap bilangan tidak terhingga nombor perdana dan kaedah berangka yang anggun yang mempercepat pengiraan, seperti transformasi Fourier cepat. G. H. Hardy dalam *A Mathematician's Apology* menyatakan yang dia percaya pertimbangan estetik sahaja cukup untuk mewajarkan pengkajian matematik tulen.^[16] Ahli matematik sentiasa berusaha untuk mencari bukti teorem yang khususnya anggun, satu pencarian yang sering digambarkan oleh Paul Erdős seperti mencari bukti dari *Alkitab* di mana Tuhan telah menulis bukti-bukti yang disukaiNya.^{[17][18]} Populariti matematik rekreasi merupakan satu lagi petanda keseronokan yang dialami ramai orang dalam menyelesaikan soalan-soalan matematik.

Tatatanda, bahasa, dan ketelitian

Rencana utama: Tatatanda matematik

Kebanyakan tatatanda matematik tidak diperkenalkan sehingga kurun ke-16.^[19] Sebelum itu, rumus-rumus matematik ditulis menggunakan perkataan, satu kaedah yang menyusahkan yang menghadkan penemuan matematik.^[20] Pada kurun ke-18, Euler telah bertanggungjawab memperkenalkan banyak tatatanda seperti yang digunakan hari ini. Tatatanda moden menjadikan matematik lebih mudah untuk golongan profesional, tetapi mengelirukan golongan yang baru mempelajarinya. Tatatanda telah meringkaskan banyak keterangan, dengan beberapa simbol mengandungi maklumat yang banyak. Seperti juga notasi muzik, tatatanda matematik moden memiliki sintaks yang ketat dan mengekod maklumat yang mungkin sukar ditulis dalam cara yang lain.

Bahasa matematik boleh menjadi sukar bagi mereka yang baru mempelajarinya. Perkataan seperti "atau" dan "sahaja" mempunyai maksud yang lebih terperinci dari apa yang digunakan dalam perbualan harian. Selain itu, perkataan seperti "buka dan lapangan" telah diberikan maksud matematik yang khusus. Jargon matematik termasuklah istilah teknikal seperti *homeomorfisma* dan *kamiran*. Oleh kerana matematik memerlukan perincian yang lebih dari perbualan harian, tatatanda khusus dan jargon teknikal diperlukan. Ahli matematik menggelar perincian bahasa dan logik ini sebagai "ketelitian".



Simbol infiniti ∞ dalam beberapa saiz taipan.

Ketelitian pada dasarnya adalah satu bukti matematik. Ahli matematik mahukan teorem-teorem mereka mengikut aksiom-aksiom hasil dari penaakulan sistematik. Ini untuk mengelakkan kesilapan teorem-teorem akibat dari intuisi yang salah, yang pernah terjadi dalam sejarah bidang ini.^[21] Tahap ketelitian dalam matematik sering berubah sepanjang zaman: orang Yunani cenderung kepada hujah yang terperinci (ketelitian tinggi), tetapi pada zaman Isaac Newton kaedah yang digunakan adalah kurang teliti. Masalah yang timbul dari kaedah yang digunakan Newton telah membawa kepada kebangkitan semula analisis terperinci dan bukti formal pada kurun ke-19. Hari ini, ahli matematik terus berhujah antara mereka tentang bukti



Leonhard Euler

bantuan komputer, kerana pengiraan yang besar sangat sukar disahkan dan bukti-buktinya mungkin tidak cukup teliti.^[22]

Aksiom dalam pemikiran tradisional adalah "kebenaran terbukti dengan sendiri", tetapi konsepsi ini ternyata bermasalah. Pada tahap formal, satu aksiom hanyalah satu rentetan simbol yang memiliki makna intrinsik hanya dalam konteks rumus-rumus terbitan satu sistem aksiom. Adalah menjadi matlamat program Hilbert untuk meletakkan semua matematik di atas asas aksiom yang kukuh, tetapi menurut teorem ketaklengkapan Gödel, setiap sistem aksiom (yang cukup kuat) mempunyai rumus yang tidak dapat ditentukan; jadi satu pengaksioman yang akhir untuk matematik adalah mustahil. Walau bagaimanapun, matematik sering digambarkan (sehingga kandungan formalnya) cuma teori set dalam beberapa pengaksioman, dalam erti kata yang setiap pernyataan matematik atau buktinya boleh dirangkumkan ke dalam rumus-rumus dalam teori set.^[23]

Matematik sebagai Sains

Carl Friedrich Gauss merujuk matematik sebagai "ratu kepada sains (ilmu pengetahuan)".^[25] Dalam bahasa Latin, *Regina Scientiarum* dan juga bahasa Jerman *Königin der Wissenschaften*, perkataan "sains" bermaksud (bidang) ilmu pengetahuan, yang juga merupakan maksud asalnya dalam bahasa Inggeris, dan tidak syak lagi yang matematik dalam erti kata lain adalah sejenis sains. Pengkhususan yang menghadkan takrifannya kepada sains "semula jadi" telah dibuat kemudiannya. Jika seseorang menganggap sains cuma terhad kepada perkara tentang alam fizikal, maka matematik atau sekurang-kurangnya matematik tulen, bukanlah sejenis sains. Albert Einstein menyatakan "sejauh mana hukum-hukum matematik merujuk kepada realiti, maka tiada kepastian baginya; dan sejauh mana kepastian wujud bagi hukum-hukum tersebut; ia tidak merujuk kepada realiti."^[5]

Ramai ahli falsafah percaya yang matematik tidak boleh ditentukan kebolehpalsuannya melalui eksperimen, jadi ia bukanlah sejenis sains berdasarkan pengertian Karl Popper.^[26] Bagaimanapun pada tahun 1930-an, kajian penting dalam logik matematik telah menunjukkan yang matematik tidak boleh diturunkan ke tahap logik, dan Karl Popper membuat kesimpulan yang "kebanyakan teori matematik adalah sama seperti teori fizik dan biologi yang diterbitkan dari hipotesis: jadi matematik tulen sebenarnya lebih dekat dengan sains semula jadi iaitu hipotesisnya dibuat dengan rambang, berbanding dengan apa yang diperhatikan sekarang."^[27] Pemikir lain yang terkenal seperti Imre Lakatos, telah mengaplikasikan satu versi pemalsuan kepada matematik itu sendiri.



Carl Friedrich Gauss, yang dikenali sebagai "putera ahli matematik",^[24] merujuk matematik sebagai "ratu kepada sains".

Satu pandangan alternatif menyatakan yang beberapa bidang sains (seperti ilmu fizik teori) adalah matematik dengan aksiom yang bertujuan untuk dipadankan dengan realiti. Seorang ahli fizik teori, J. M. Ziman, menyarankan sains menjadi "ilmu pengetahuan umum" dan memasukkan matematik ke dalamnya.^[28] Matematik berkongsi banyak perkara yang sama dengan bidang dalam sains fizikal, terutamanya dalam penerokaan tentang akibat logikal andaian-andaian. Intuisi dan eksperimen juga memainkan peranan penting dalam perumusan konjektur dalam matematik dan sains-sains yang lain.

Matematik eksperimen terus berkembang menjadi satu entiti utama dalam matematik selain pengiraan dan simulasi yang terus berperanan penting dalam kedua-dua sains dan matematik, sekaligus menyanggah pendapat sesetengah pihak yang menuduh matematik tidak menggunakan kaedah saintifik. Dalam bukunya *A New Kind of Science* terbitan tahun 2002, Stephen Wolfram berhujah yang matematik pengiraan layak diterokai secara empirikal sebagai satu bidang saintifik yang tersendiri.

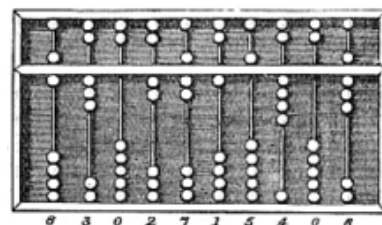
Pendapat ahli matematik tentang perkara ini adalah pelbagai. Ramai antara mereka yang berasaskan pengelasan matematik sebagai satu sains telah merendahkan kepentingan sisi estetikanya, dan sejarahnya dalam tujuh seni liberal tradisional; ada pula yang berasaskan dengan meniadakan hubungannya dengan sains, akan mengabaikan fakta yang interaksi antara matematik dan gunaannya dalam sains dan kejuruteraan telah banyak membantu perkembangan matematik. Perbezaan pendapat ini telah membuka ruang perdebatan tentang falsafah sama ada matematik "dicipta" (seperti dalam seni) atau "ditemui" (seperti dalam sains). Sudah menjadi kebiasaan di universiti iaitu ada bahagian atau jabatan yang dinamakan "Sains dan Matematik", menunjukkan yang kedua-dua bidang sentiasa saling bergandingan tetapi tidak sama.

Dalam amalan, ahli matematik biasanya bekerjasama dengan para saintis pada peringkat kasar tetapi akan bekerja berasingan pada peringkat lebih terperinci. Ini merupakan antara isu yang dipertimbangkan dalam falsafah matematik.

Anugerah matematik biasanya diasingkan dari anugerah sains. Anugerah paling berprestij dalam matematik ialah Fields Medal,^{[29][30]} diasaskan pada tahun 1936 dan dianugerahkan setiap empat tahun. Ia sering dianggap setara dengan anugerah untuk pencapaian sains, iaitu anugerah Nobel. Anugerah Wolf dalam matematik yang dimulakan pada tahun 1978, mengiktiraf pencapaian seumur hidup, dan satu lagi anugerah antarabangsa utama, anugerah Abel, diperkenalkan pada tahun 2003. Ia dianugerahkan untuk pencapaian seperti penciptaan, atau penyelesaian untuk masalah utama dalam bidang yang mantap. Satu senarai terkenal 23 masalah terbuka, yang digelar "masalah Hilbert", telah disusun pada tahun 1900 oleh ahli matematik Jerman David Hilbert. Senarai ini sangat terkenal di kalangan ahli matematik, dan sekurang-kurangnya enam daripada masalah tersebut telah diselesaikan. Satu senarai baru tujuh masalah penting, bertajuk "Masalah anugerah milenium" (*Millennium Prize Problems*) telah diterbitkan pada tahun 2000. Penyelesaian untuk setiap masalah ini akan diberi ganjaran sebanyak \$1 juta, dan cuma satu masalah iaitu Hipotesis Riemann telah diambil dari "masalah Hilbert".

Bidang-bidang matematik

Secara umumnya, matematik boleh dibahagikan kepada kajian kuantiti, struktur, ruang, dan perubahan (i.e. aritmetik, algebra, geometri, and analisis). Terdapat juga subbahagian yang dikhususkan untuk penerokaan hubungan dari dasar matematik kepada bidang-bidang yang lain; contohnya logik matematik, teori set (asas), matematik empirikal untuk pelbagai sains (matematik gunaan), dan yang terbaru untuk kajian teliti tentang ketidakpastian.



Sempoa, sejenis alat kira-kira ringkas yang digunakan sejak zaman dahulu.

Kuantiti

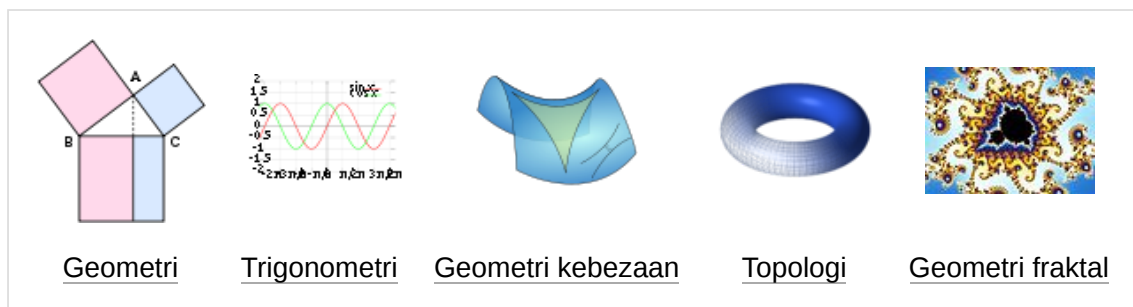
Kajian kuantiti bermula dengan nombor, pertamanya nombor asli dan integer ("nombor bulat"), dan operasi aritmetik atas keduanya, yang digambarkan dalam aritmetik. Sifat integer yang lebih mendalam dikaji dalam teori nombor yang memberi hasil yang popular seperti teorem terakhir Fermat. Teori nombor juga memiliki dua masalah terkenal yang tidak boleh diselesaikan; konjektur perdana kembar dan konjektur Goldbach.

Semakin sistem nombor dikembangkan, integer dikenal pasti sebagai satu subset kepada nombor nisbah ("Pecahan"). Nombor nisbah pula adalah satu unsur dalam nombor nyata, yang digunakan untuk menunjukkan kuantiti yang selanjar. Nombor nyata pula adalah sebahagian dari nombor kompleks. Ini merupakan langkah-langkah pertama kepada hierarki nombor yang termasuk juga lipatan empat dan oktonion. Kajian terhadap nombor asli juga membawa kepada nombor melampaui terhingga, yang menjadi konsep rasmi untuk pengiraan ketakterhinggaan. Bidang kajian yang lain ialah saiz, yang merintis kepada nombor kardinal dan kemudiannya kepada konsepsi ketakterhinggaan yang lain; nombor aleph yang membenarkan perbandingan bermakna untuk saiz set-set yang sangat besar.

1, 2, 3	−2, −1, 0, 1, 2	−2, $\frac{2}{3}$, 1.21	−e, $\sqrt{2}$, 3, π	2, i, −2 + 3i, $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$
<u>Nombor asli</u>	<u>Integer</u>	<u>nombor nisbah</u>	<u>nombor nyata</u>	<u>nombor kompleks</u>

Ruang

Kajian tentang ruang berasal dari geometri - khususnya, geometri Euclid. Trigonometri adalah cabang matematik yang menerangkan hubungan antara sisi-sisi dan sudut-sudut pada segitiga dan juga fungsi-fungsi trigonometri; yang menggabungkan ruang dan nombor, dan termasuk teorem Pythagoras yang terkenal itu. Kajian moden tentang ruang mengitlak idea-idea ini dengan memasukkan geometri berdimensi tinggi, geometri bukan Euclid (yang juga memainkan peranan penting dalam kerelatifan am) dan topologi. Kedua-dua kuantiti dan ruang, memainkan peranan penting dalam geometri analisis, geometri kebezaan, dan geometri Algebra. Dalam geometri kebezaan terdapat konsep-konsep berkas gentian dan kalkulus pada manifold khususnya kalkulus vektor dan kalkulus tensor. Geometri algebra mengandungi penerangan tentang objek geometri sebagai satu set penyelesaian kepada persamaan polinomial, yang menggabungkan konsep-konsep kuantiti dan ruang, dan juga kajian kumpulan topologi yang merangkumi struktur dan ruang. Kumpulan Lie digunakan untuk mengkaji ruang, struktur, dan perubahan. Topologi dalam semua ramifikasinya yang banyak, mungkin merupakan satu bidang yang berkembang paling pesat dalam matematik kurun ke-20, termasuklah konjektur Poincaré yang lama dan teorem empat warna yang kontroversi, yang cuma dibuktikan dengan komputer dan tidak pernah disahkan oleh manusia.



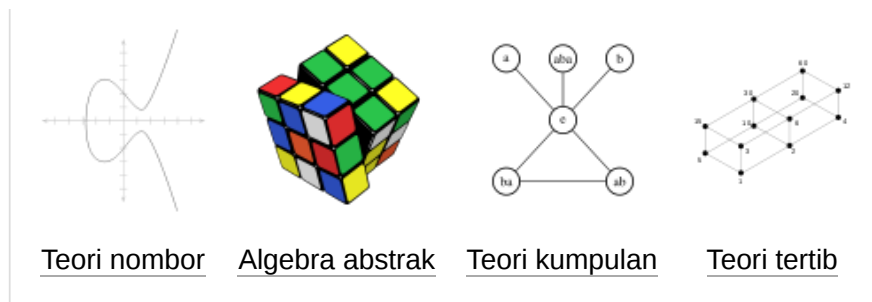
Perubahan

Memahami dan menerangkan perubahan merupakan tema biasa dalam sains semula jadi, dan kalkulus dibangun sebagai satu alat yang berkuasa untuk menyiasatnya. Fungsi merupakan konsep utama untuk menerangkan perubahan kuantiti. Kajian terperinci nombor nyata dan fungsi-fungsi pemboleh ubah nyata dikenali sebagai analisis nyata, dan analisis kompleks adalah bidang yang serupa untuk nombor kompleks. Analisis fungsian memberikan perhatian kepada (dimensi tak terhingga tipikal) ruang untuk fungsi-fungsi. Banyak masalah secara semula jadinya membawa kepada hubungan antara kuantiti dan kadar perubahannya, dan ini semua dikaji sebagai persamaan pembezaan. Kebanyakan fenomena semula jadi boleh diterangkan dengan sistem-sistem dinamik; teori kekacauan memberi jalan yang tepat iaitu kebanyakan sistem ini menunjukkan perlakuan yang tak dijangka tetapi masih boleh ditentukan.



Struktur

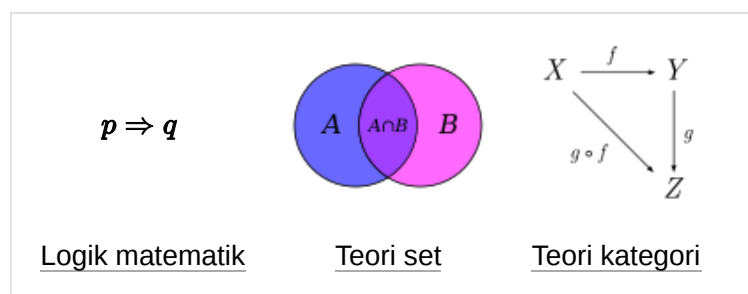
Banyak objek matematik seperti set nombor dan fungsi, menunjukkan struktur dalaman. Sifat struktur objek-objek ini diselidiki dalam kajian kumpulan, gelanggang, medan dan sistem abstrak yang lain. Satu konsep penting di sini ialah vektor yang diaman kepada ruang vektor, dan dikaji dalam algebra linear. Kajian tentang vektor menggabungkan tiga lapangan asas matematik; kuantiti, struktur dan ruang. Beberapa masalah lama berkenaan kompas dan pembinaan tepi lurus akhirnya dapat diselesaikan oleh teori Galois.



Dasar dan falsafah

Untuk menjelaskan dasar matematik, bidang logik matematik dan teori set telah dibangunkan. Logik matematik merujuk kepada kajian matematik ke atas logik dan gunaan logik rasmi ke atas lapangan lain dalam matematik; teori set pula ialah cabang matematik yang mengkaji set atau himpunan objek-objek. Teori kategori yang memberi penyelesaian secara abstrak dengan struktur matematik dan hubungan antaranya, masih dalam pembangunan. Frasa "krisis dasar" menerangkan pencarian dasar yang terperinci untuk matematik yang berlaku antara 1900 dan 1930.^[31] Beberapa percanggahan pendapat tentang dasar matematik masih berlaku sehingga hari ini. Krisis dasar telah diselubungi beberapa kontrovesi pada masa itu, antaranya kontrovesi teori set Cantor dan kontrovesi Brouwer-Hilbert.

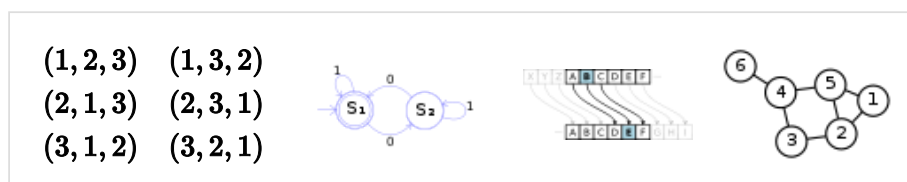
Logik matematik mengambil berat tentang meletakkan matematik di atas rangka kerja aksiom yang terperinci, dan mengkaji keputusan rangka kerja itu. Dalam logik matematik, terdapat teorem ketaklengkapan Gödel teorem ketaklengkapan Gödel kedua, yang merupakan keputusan paling terkenal dalam logik, yang (secara tidak rasmi) menyatakan dalam setiap sistem rasmi yang mengandungi aritmetik asas, jika "bunyi" (bermaksud setiap teorem yang dapat dibuktikan adalah benar) adalah "tidak lengkap" (maka terdapat teorem benar yang tidak dapat dibuktikan "dalam sistem tersebut"). Gödel menunjukkan bagaimana membina sebarang kumpulan aksiom teori-nombor yang diberi, satu pernyataan rasmi dalam logik tersebut yang merupakan fakta nombor-teori yang sebenar, tetapi tidak mengikuti dari aksiom tersebut. Jadi tiada sistem rasmi yang menjadi pengaksioman teori nombor penuh yang sebenar. Logik moden boleh dibahagikan kepada teori rekursi, teori model, dan teori bukti, yang berkait rapat dengan sains komputer teori.



Matematik diskret

Matematik diskret adalah nama biasa untuk bidang-bidang yang berguna dalam sains komputer teori. Ini termasuk teori kebolehkompunan, teori kekompleksan perkompunan dan teori maklumat. Teori kebolehkompunan mengkaji had-had kepada berbagai model teori model untuk komputer, termasuk antara model yang paling berkuasa - mesin Turing. Teori kekompleksan ialah satu kajian tentang kebolehesanan dengan komputer; beberapa masalah, walaupun secara teorinya boleh diselesaikan dengan komputer, adalah sangat memakan masa dan ruang sehingga menyelesaikannya tidak boleh dilaksanakan secara praktikal, walaupun dengan penggunaan perkakasan komputer yang sangat maju. Akhir sekali, teori maklumat ialah teori yang mengkaji jumlah data yang boleh dimuat dalam medium-medium, dan ia berurusan dengan konsep-konsep seperti pemampatan dan entropi.

Sebagai satu bidang yang boleh dikatakan baru, matematik diskret mempunyai beberapa masalah terbuka asas, yang paling terkenal ialah masalah "P=NP?", iaitu satu daripada Masalah anugerah milenium.^[32]

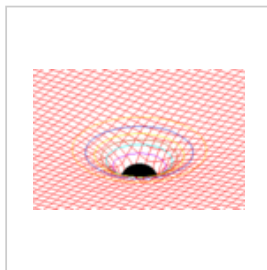


Matematik gunaan

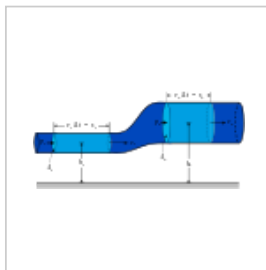
Matematik gunaan menggunakan kaedah matematik untuk menyelesaikan masalah dalam sains, perniagaan dan bidang-bidang lain.

Matematik gunaan berkait rapat dengan disiplin statistik, yang teori-teorinya dirumuskan secara matematik terutamanya teori kebarangkalian. Perangkawan (ahli statistik) mencipta "data yang wajar" dengan pensampelan rawak dan eksperimen yang dirawakkan; pembentukan sampel statistik atau eksperimen menentukan cara analisis data (sebelum data itu ada). Apabila mempertimbangkan data dari eksperimen dan sampel atau apabila menganalisis data dari pemerhatian, perangkawan "mewajarkan data" dengan menggunakan seni pemodelan dan teori pentaabiran - dalam pemilihan model dan jangkaan; model-model yang dijangka dan ramalan-ramalan penting perlu diuji datanya terlebih dahulu.^[33]

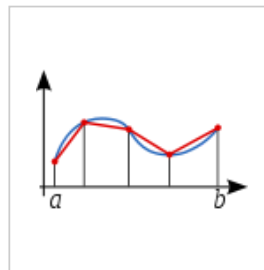
Matematik pengiraan mencadang dan mengkaji kaedah-kaedah penyelesaian masalah matematik yang terlalu besar untuk kapasiti manusia. Analisis berangka mengkaji kaedah-kaedah untuk menyelesaikan masalah dalam analisis menggunakan idea-idea analisis fungsi dan teknik-teknik teori penghampiran; analisis berangka termasuk kajian meluas penghampiran dan pendiskretan dengan tumpuan khas diberikan kepada ralat pembundaran. Bidang lain dalam matematik pengiraan termasuklah algebra komputer dan pengiraan simbolik.



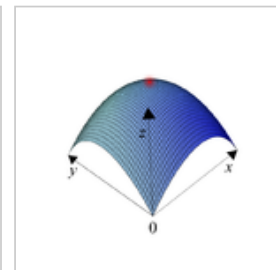
Fizik matematik



Dinamik bendalir



Analisis berangka



Pengoptimuman



Teori kebarangkalian



Statistik



Matematik kewangan



Teori permainan

Lihat juga

Rencana utama: Senarai rencana matematik

- Definisi matematik
- Diskalkulia
- Logik
- Kebimbangan matematik
- Permainan matematik
- Model matematik
- Masalah matematik
- Struktur matematik
- Matematik dan seni
- Pertandingan matematik
- Pendidikan matematik
- Portal matematik
- Corak
- Falsafah matematik



Nota

1. Steen, L.A. (April 29, 1988). *The Science of Patterns* Science, 240: 611–616. diringkaskan di Association for Supervision and Curriculum Development (<http://www.ascd.org/publications/curriculum-handbook/409/chapters/The-Future-of-Mathematics-Education.aspx>), ascd.org

2. Devlin, Keith, *Mathematics: The Science of Patterns: The Search for Order in Life, Mind and the Universe* (Scientific American Paperback Library) 1996, ISBN 978-0-7167-5047-5
3. Jourdain.
4. Peirce, p. 97.
5. Einstein, p. 28. Petikan ini adalah jawapan Einstein kepada soalan: "bagaimana boleh matematik yang merupakan produk pemikiran manusia yang bebas dari pengalaman, begitu sesuai kepada objek-objek realiti?" Beliau juga mengambil berat tentang *Keberkesanan tidak wajar Matematik dalam Sains semula jadi*.
6. Eves
7. Peterson
8. *The Oxford Dictionary of English Etymology*, *Oxford English Dictionary*
9. S. Dehaene; G. Dehaene-Lambertz; L. Cohen (1998). "Abstract representations of numbers in the animal and human brain". *Trends in Neuroscience*. **21** (8). halaman 355–361. doi:10.1016/S0166-2236(98)01263-6 (<https://doi.org/10.1016%2FS0166-2236%2898%2901263-6>). Parameter `|month=` yang tidak diketahui diendahkan (bantuan)
10. Lihat, sebagai contoh, Raymond L. Wilder, *Evolution of Mathematical Concepts; an Elementary Study, passim*
11. Kline 1990, Chapter 1.
12. Sevryuk
13. Johnson, Gerald W.; Lapidus, Michel L. (2002). *The Feynman Integral and Feynman's Operational Calculus*. Oxford University Press.
14. Eugene Wigner, 1960, "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, (<http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html>)" *Communications on Pure and Applied Mathematics* **13**(1): 1–14.
15. Mathematics Subject Classification 2010 (<http://www.ams.org/mathscinet/msc/pdfs/classification2010.pdf>)
16. Hardy, G. H. (1940). *A Mathematician's Apology*. Cambridge University Press.
17. Gold, Bonnie; Simons, Rogers A. (2008). *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and Philosophy*. MAA.
18. Aigner, Martin; Ziegler, Gunter M. (2001). *Proofs from the Book*. Springer.
19. Earliest Uses of Various Mathematical Symbols (<http://jeff560.tripod.com/mathsym.html>) (Contains many further references)
20. Kline, pp. 140 (on Diophantus; pp.261, on Vieta.
21. Lihat *bukti salah* untuk contoh ringkas. Sejarah teorem empat warna mengandungi contoh bukti salah yang secara tidak sengaja diterima oleh ahli matematik yang lain pada masa itu.
22. Ivars Peterson, *The Mathematical Tourist*, Freeman, 1988, ISBN 0-7167-1953-3. p. 4 "Beberapa aduan yang program komputer tidak boleh disahkan dengan baik," (merujuk kepada bukti Haken-Apple untuk Teorem Empat Warna).
23. Patrick Suppes, *Axiomatic Set Theory*, Dover, 1972, ISBN 0-486-61630-4. p. 1, "Antara banyak cabang matematik moden, teori set mempunyai kedudukan yang unik; dengan beberapa pengecualian, entiti-entiti yang dikaji dan dianalisis dalam matematik dianggap sebagai satu set khusus atau kelas-kelas objek."
24. Zeidler, Eberhard (2004). *Oxford User's Guide to Mathematics*. Oxford, UK: Oxford University Press. m/s. 1188. ISBN 0198507631.
25. Waltershausen
26. Shasha, Dennis Elliot; Lazere, Cathy A. (1998). *Out of Their Minds: The Lives and Discoveries of 15 Great Computer Scientists*. Springer. m/s. 228.
27. Popper 1995, p. 56
28. Ziman
29. "Fields Medal sekarang adalah anugerah paling terkenal dan berpengaruh dalam matematik." Monastyrsky
30. Riehm
31. Luke Howard Hodgkin & Luke Hodgkin, *A History of Mathematics*, Oxford University Press, 2005.
32. Clay Mathematics Institute (http://www.claymath.org/millennium/P_vs_NP/) P=NP
33. Seperti lain-lain sains matematik seperti fizik dan sains komputer, statistik tidak dianggap sebagai cabang kepada matematik gunaan, tetapi sebagai satu disiplin yang berautonomi. Seperti ahli fizik dan saintis komputer, perangkawan juga adalah saintis matematik. Ramai perangkawan memiliki ijazah di dalam matematik, dan sesetengahnya juga merupakan ahli matematik.

Rujukan

- Benson, Donald C., *The Moment of Proof: Mathematical Epiphanies*, Oxford University Press, USA; New Ed edition (December 14, 2000). ISBN 0-19-513919-4.
- Boyer, Carl B., *A History of Mathematics*, Wiley; 2 edition (March 6, 1991). ISBN 0-471-54397-7. — A concise history of mathematics from the Concept of Number to contemporary Mathematics.
- Courant, R. and H. Robbins, *What Is Mathematics? : An Elementary Approach to Ideas and Methods*, Oxford University Press, USA; 2 edition (July 18, 1996). ISBN 0-19-510519-2.
- Davis, Philip J. and Hersch, Reuben, *The Mathematical Experience*. Mariner Books; Reprint edition (January 14, 1999). ISBN 0-395-92968-7. — A gentle introduction to the world of mathematics.
- Einstein, Albert (1923). "Sidelights on Relativity (Geometry and Experience)". P. Dutton., Co.
- Eves, Howard, *An Introduction to the History of Mathematics*, Sixth Edition, Saunders, 1990, ISBN 0-03-029558-0.
- Gullberg, Jan, *Mathematics — From the Birth of Numbers*. W. W. Norton & Company; 1st edition (October 1997). ISBN 0-393-04002-X. — An encyclopedic overview of mathematics presented in clear, simple language.
- Hazewinkel, Michiel (ed.), *Encyclopaedia of Mathematics*. Kluwer Academic Publishers 2000. — A translated and expanded version of a Soviet mathematics encyclopedia, in ten (expensive) volumes, the most complete and authoritative work available. Also in paperback and on CD-ROM, and online (<http://eom.springer.de/default.htm>).
- Jourdain, Philip E. B., *The Nature of Mathematics*, in *The World of Mathematics*, James R. Newman, editor, Dover, 2003, ISBN 0-486-43268-8.
- Kline, Morris, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, USA; Paperback edition (March 1, 1990). ISBN 0-19-506135-7.
- Monastyrsky, Michael. "Some Trends in Modern Mathematics and the Fields Medal (http://www.fields.utoronto.ca/aboutus/FieldsMedal_Monastyrsky.pdf)" (PDF). Canadian Mathematical Society. Dicapai pada 2006-07-28.
- Oxford English Dictionary, second edition, ed. John Simpson and Edmund Weiner, Clarendon Press, 1989, ISBN 0-19-861186-2.
- *The Oxford Dictionary of English Etymology*, 1983 reprint. ISBN 0-19-861112-9.
- Pappas, Theoni, *The Joy Of Mathematics*, Wide World Publishing; Revised edition (June 1989). ISBN 0-933174-65-9.
- Peirce, Benjamin. "Linear Associative Algebra" (<http://links.jstor.org/sici?sici=0002-9327%281881%294%3A1%2F4%3C97%3ALAA%3E2.0.CO%3B2-X>). *American Journal of Mathematics* (Vol. 4, No. 1/4. (1881). Parameter | , pages= yang tidak diketahui diendahkan (bantuan) JSTOR.
- Peterson, Ivars, *Mathematical Tourist, New and Updated Snapshots of Modern Mathematics*, Owl Books, 2001, ISBN 0-8050-7159-8.
- Paulos, John Allen (1996). *A Mathematician Reads the Newspaper*. Anchor. ISBN 0-385-48254-X.
- Popper, Karl R. (1995). "On knowledge". In *Search of a Better World: Lectures and Essays from Thirty Years*. Routledge. ISBN 0-415-13548-6.
- Riehm, Carl (2002). "The Early History of the Fields Medal" (<http://www.ams.org/notices/200207/comm-riehm.pdf>) (PDF). *Notices of the AMS*. AMS. **49** (7): 778–782. Parameter |month= yang tidak diketahui diendahkan (bantuan)
- Sevryuk, Mikhail B. (2006). "Book Reviews" (<http://www.ams.org/bull/2006-43-01/S0273-0979-05-01069-4/S0273-0979-05-01069-4.pdf>) (PDF). *Bulletin of the American Mathematical Society*. **43** (1): 101–109. doi:10.1090/S0273-0979-05-01069-4 (<https://doi.org/10.1090/S0273-0979-05-01069-4>). Dicapai pada 2006-06-24. Parameter |month= yang tidak diketahui diendahkan (bantuan)
- Waltershausen, Wolfgang Sartorius von (1856, repr. 1965). *Gauss zum Gedächtniss* (<https://www.amazon.de/Gauss-Ged%e4chtnis-Wolfgang-Sartorius-Waltershausen/dp/3253017028>). Sändig Reprint Verlag H. R. Wohlwend. ASIN B0000BN5SQ ASIN: B0000BN5SQ (<https://www.amazon.com/dp/ASIN:B0000BN5SQ>) Periksa nilai |asin= (bantuan). ISBN 3-253-01702-8. Periksa date values in: |year= (bantuan)
- Ziman, J.M., F.R.S.. "Public Knowledge: An essay concerning the social dimension of science (<http://info.med.yale.edu/therarad/summers/ziman.htm>)".

Pautan luar

- Free Mathematics books (<http://freebookcentre.net/SpecialCat/Free-Mathematics-Books-Download.html>) Koleksi percuma buku matematik.
- Aplikasi algebra sekolah tinggi (<http://www.mathmotivation.com/all-applications.html>)
- Encyclopaedia of Mathematics ensiklopedia atas talian dari Springer (<http://eom.springer.de>), kerja rujukan tahap graduan denga lebih 8,000 masukan, yang memberikan gambaran jelas tentang 50,000 istilah dalam matematik.
- Laman HyperMath di Georgia State University (<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/hmat.html>)
- FreeScience Library (<http://www.freescience.info/mathematics.php>) Bahagian matematik di perpustakaan FreeScience

- Rusin, Dave: *The Mathematical Atlas* (<http://www.math-atlas.org/>). Lawatan dengan panduan yang menerokai pelbagai cabang matematik. (Boleh juga didapati di [sini](http://www.math.niu.edu/~rusin/known-math/index/index.html) (<http://www.math.niu.edu/~rusin/known-math/index/index.html>).)
- Polyanin, Andrei: *EqWorld: The World of Mathematical Equations* (<http://eqworld.ipmnet.ru/>). Sumber atas talian yang memberi fokus pada algebra, pembezaan biasa, pembezaan separuh (fizik matematik), integral, dan fungsi-fungsi matematik.
- Cain, George: *Buku teks matematik atas talian* (<http://www.math.gatech.edu/~cain/textbooks/onlinebooks.html>)
- Math & Logic: Sejarah matematik rasmi, logik, linguistik dan idea metodologi. (<http://etext.lib.virginia.edu/DicHist/analytic/anaVII.html>) Dalam *The Dictionary of the History of Ideas*.
- Mathematician Biographies (<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/>). Sejarah panjang dan petikan-petikan dari semua ahli matematik yang terkenal
- *Metamath* (<http://metamath.org/>). Satu laman dan satu bahasa, yang menerangkan matematik dari asasnya.
- Nrich (<http://www.nrich.maths.org/public/index.php>), Laman yang menerima anugerah yang sesuai untuk pelajar dari yang berumur 5 tahun, dibangunkan oleh *Universiti Cambridge*
- Open Problem Garden (<http://garden.irmacs.sfu.ca>), wiki untuk masalah terbuka dalam matematik
- *Planet Math* (<https://planetmath.org/>). Ensiklopedia matematik atas talian yang masih dalam pembinaan, yang memberi fokus pada matematik moden.
- Beberapa aplet matematik di MIT (<http://www-math.mit.edu/daimp>)
- Weisstein, Eric et al.: *MathWorld: World of Mathematics* (<http://www.mathworld.com/>). Ensiklopedia matematik atas talian.
- Patrick Jones' *Video Tutorials* (<https://www.youtube.com/user/patrickJMT>)

Kawalan kewibawaan

GND: 4037944-9 (<https://d-nb.info/gnd/4037944-9>) •
HDS: 008274 (<https://hls-dhs-dss.ch/fr/articles/008274>) •
LCCN: sh85082139 (<https://id.loc.gov/authorities/subjects/sh85082139>) •
NDL: 00571521 (<https://id.ndl.go.jp/auth/ndlna/00571521>) •
NLI: 000712436 (http://uli.nli.org.il/F/?func=direct&doc_number=000712436&local_base=nlx10)

Diambil daripada "<https://ms.wikipedia.org/w/index.php?title=Matematik&oldid=4530433>"

Laman ini kali terakhir disunting pada 16:39, 5 Februari 2019.

Teks disediakan dengan Lesen Creative Commons Pengiktirafan/Perkongsian Serupa; terma tambahan mungkin digunakan. Lihat [Terma Penggunaan](#) untuk butiran lanjut.